# МИНОБРНАУКИ РОССИИ

**САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ**

# «ЛЭТИ» ИМ. В.И. УЛЬЯНОВА (ЛЕНИНА)

**Кафедра МОЭВМ**

# ОТЧЕТ

# по лабораторной работе №2

# по дисциплине «Элементы функционального анализа»

# Тема: Норма оператора

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Студентка гр. 1384 |  | Усачева Д. В. |
| Преподаватель |  | Коточигов А.М. |

Санкт-Петербург, 2024

# Задание.

Вариант 17

# Основные теоретические положения.

1. Оператором называется отображение 𝐴: 𝐹 → 𝐺, где F, G – некоторые пространства.
2. Оператор А: 𝑋 → 𝑌 действующий из линейного пространства X в линейное пространство Y называется линейным, если: 𝐴(𝑘1𝑥1 + 𝑘2𝑥2) = 𝑘1𝐴𝑥1 + 𝑘2𝐴𝑥2 ∀ 𝑘1, 𝑘2 ∈ ℂ ∀ 𝑥1, 𝑥2 ∈ 𝑋
3. Нормой оператора А: 𝑋 → 𝑌 называется число ‖𝐴‖ = 𝑠𝑢𝑝{‖𝐴𝑥‖: ‖𝑥‖ < 1}
4. Линейный оператор A, отображающий пространство X на себя, называется обратимым, если существует 𝐵: 𝑋 → 𝑋 такой, что 𝐴𝐵 = 𝐵𝐴 = 𝐼, где I – единичный (тождественный) оператор.
5. Пусть A – линейный непрерывный оператор в гильбертовом пространстве H. Сопряженным к нему называется оператор A∗, определяемый соотношением (𝐴𝑥, 𝑦) = (𝑥, 𝐴∗𝑦) для любых x, y ∈ H
6. Числом обусловленности линейного оператора A называется: 𝑐𝑜𝑛𝑑(𝐴) = ‖𝐴‖ ∙ ‖𝐴−1‖. Число обусловленности определяет то, насколько чувствительна система ЛУ к изменению правой части.

# Выполнение работы

1. Вычислим нормы оператора A в пространствах и
2. Вычисление нормы обратного оператора в пространствах и
3. Вычислим число обусловленности оператора А в пространствах и
4. Сформируем матрицу G=A\*A, покажем, что она положительно определена. Найдем ее собственные числа и векторы.
5. Вычислим число обусловленности оператора А в пространстве .